

## Der wirtschaftliche Durchmesser einer Rohrleitung

Bei der Planung großer Rohrleitungssysteme, wie z.B. Rohrnetze, spielt die wirtschaftliche Betrachtung eine wichtige Rolle. Diese ist abhängig von den sogenannten Bau- und Materialkosten, in denen der Rohrlängendurchmesser aber auch die druckabhängige Materialstärke des Rohres und eine Einbaupauschale je Meter Rohrlänge eine wichtige Rolle spielen, und den Betriebskosten, die vor allem von der aufzubringenden Energie, also den Reibungsverlusten der Strömung pro Rohrmeter, abhängen. Für bestimmte Einsatzbereiche werden daraus wirtschaftliche Durchmesser oder wirtschaftliche Fließgeschwindigkeiten abgeleitet. Aus der Summe der Bau- und Betriebskosten, über den Rohrdurchmesser aufgetragen, ergibt sich der wirtschaftliche Durchmesser aus dem Minimum dieser Funktionssumme (Extremwertberechnung) zu:

$$d_w = C \cdot \sqrt[7]{\frac{Q^3}{H}} \quad (1)$$

Darin sind  $d_w$  der wirtschaftliche Durchmesser in [m],  $Q$  der Durchfluss in [ $m^3/s$ ],  $H$  die maximale Druckhöhe inklusive Druckstoß in [m WS] und  $C$  eine Kennziffer, der vor allem aus den ökonomischen Kenngrößen, den Material- und Reibungsgrößen ermittelt wird.

### Die Baukosten $K1$

Die Baukosten  $K1$  sind hier auf die vom Durchmesser der Rohrleitung abhängigen Materialkosten reduziert. Neben den Stahlpreisen können vom Durchmesser abhängige Kosten für den Graben, die Befestigungen usw. eine Rolle spielen. Andere, nicht vom Durchmesser abhängige Kosten, haben keinen Einfluss auf die Auswahl des Rohrdurchmessers.

$$K1 = K_E \cdot a \cdot \rho_s \cdot g \cdot V_s = K_E \cdot a \cdot \rho_s \cdot g \cdot L \cdot \pi \cdot d \cdot s \quad (2)$$

Die erforderliche Wandstärke  $s$  der Rohrleitung ist abhängig vom Innendruck  $H$  und wird vereinfacht aus der Kesselformel ermittelt, welche wiederum vom Durchmesser abhängig ist:

$$s = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot d}{2 \cdot \sigma_{zul}} \quad (3)$$

Die Baukosten ergeben sich mit der Abschreibungsrate  $a$  als jährliche Kosten zu:

$$K1 = K_E \cdot \frac{a \cdot \pi \cdot \rho_s \cdot \rho \cdot g^2 \cdot L}{2 \cdot \sigma_{zul}} \cdot H \cdot d^2 = C_1 \cdot H \cdot d^2 \quad (4)$$

### Die Betriebskosten $K2$

Die Betriebskosten werden vor allem von den Reibungsverlusten  $h_V$  bestimmt, welche wiederum vom Durchmesser der Rohrleitung abhängig sind. Da für die jährlichen Betriebskosten auch der Wirkungsgrad  $\eta$  der Pumpe oder Turbine sowie deren jährliche Auslastung  $t_a$  eine Rolle spielen, werden diese mit bei der Berechnung der Betriebskosten berücksichtigt. Die Stromkosten  $K_W$  sind dabei als aktuelle Kosten für den Stromverbrauch (Pumpe) bzw. die Stromproduktion (Turbine) einzusetzen.

$$K2 = K_W \cdot \eta \cdot t_a \cdot \rho \cdot g \cdot Q \cdot h_V = K_W \cdot \eta \cdot t_a \cdot \rho \cdot g \cdot Q \cdot \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} = C_2 \cdot Q^3 \cdot d^{-5} \quad (5)$$

### Der Extremwert der Kostensumme

Die Summe aller Kosten ergibt sich somit aus:

$$K = K1 + K2 = C_1 \cdot H \cdot d^2 + C_2 \cdot Q^3 \cdot d^{-5} \quad (6)$$

Das Minimum der Gleichung (6) als Funktion von  $d$  liegt bei:

$$\frac{dK}{dd} = 0 = 2 \cdot C_1 \cdot H \cdot d_w - 5 \cdot C_2 \cdot Q^3 \cdot d_w^{-6} \quad (7)$$

Damit ergibt sich der wirtschaftliche Durchmesser aus Gleichung (7) zu:

$$d_w = \sqrt[7]{\frac{5 \cdot C_2}{2 \cdot C_1} \cdot \frac{Q^3}{H}} = C \cdot \sqrt[7]{\frac{Q^3}{H}} \quad (8)$$

mit

$$C = \sqrt[7]{\frac{5 \cdot K_w \cdot \eta \cdot t_a \cdot \rho \cdot g \cdot \lambda \cdot L \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2}}{2 \cdot K_E \cdot a \cdot \pi \cdot \rho_s \cdot \rho \cdot g^2 \cdot \frac{L}{2 \cdot \sigma_{zul}}} = \sqrt[7]{\frac{1,29 \cdot K_w \cdot \eta \cdot t_a \cdot \lambda \cdot \sigma_{zul}}{K_E \cdot a \cdot \rho_s \cdot g^2}} \quad (9)$$

### Beispiel:

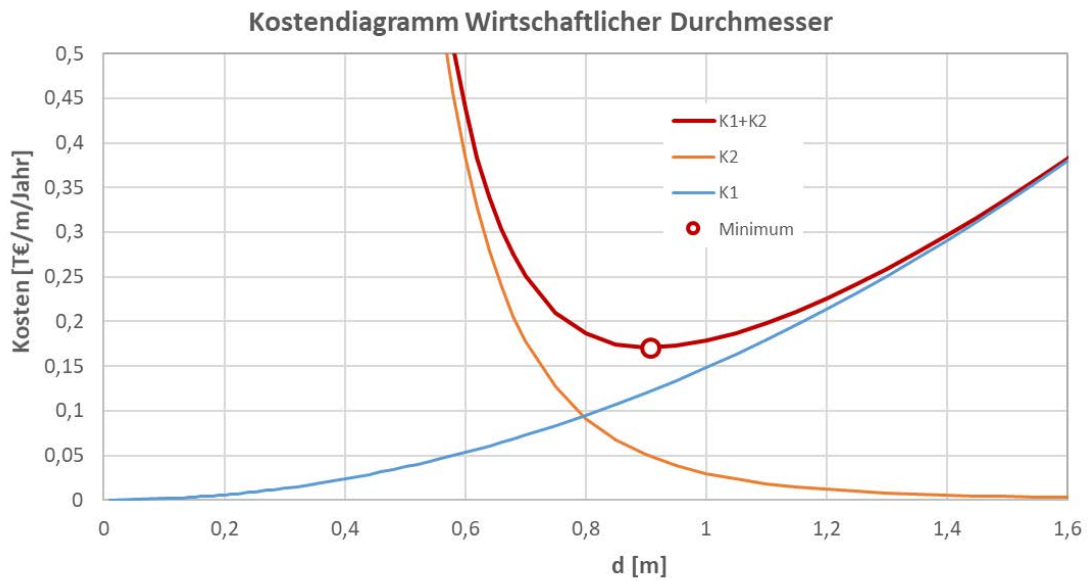
Für ein fiktives Fallbeispiel wurden folgende Annahmen für das Berechnungsbeispiel getroffen (siehe „Handbuch der Hydraulik. Aigner/Bollrich, Beuth-Verlag 2015).

Reibungsbeiwert	$\lambda = 0,02$
Wirkungsgrad Turbine (Pumpe)	$\eta = 0,77$
Auslastungsfaktor (Laufzeit)	$t_a = 8000 \text{ h/a}$
Stromkosten	$K_w = 0,3 \text{ €/kWh}$
Materialspannung (Stahl)	$\sigma_{zul} = 160.000 \text{ kN/m}^2$
Materialdichte (Stahl)	$\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$
Abschreibung (Kredit 10 Jahre)	$a = 0,1 / a$
Materialkosten (Einheitspreis)	$K_E = 2000 \text{ €/kN}$
Erdbeschleunigung	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Für eine einfache Planungs-Berechnung ergibt sich mit den oben genannten Annahmen für die Konstante  $C$  aus Gleichung (9) ein Wert von  $C = 1,75 \cdot \left[ \text{s}^{3/7} / \text{m}^{1/7} \right]$ .

Bei einem Durchfluss von  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  und einer Druckhöhe für die Rohrbelastung von  $H = 100 \text{ m}$  ergibt sich der wirtschaftliche Durchmesser nach Gleichung (1) bzw. (8) und Diagramm 1 zu:

$$d_w = 1,75 \cdot \sqrt[7]{\frac{1^3}{100}} = 0,907 \text{ m} \quad (10)$$



**Bild 1:** Extremwertberechnung des Beispiels mit den o.g. Annahmen

Mit den getroffenen Annahmen errechnet sich daraus eine mittlere Fließgeschwindigkeit von

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot d_w^2} = 1,548 \frac{m}{s} . \quad (11)$$

Diese liegt im Rahmen der mittleren Fließgeschwindigkeiten für einen wirtschaftlichen Durchmesser im Einsatzbereich in der Wasserwirtschaft.

Prof. Detlef Aigner

Dresden, 2019

[detlef@d-aigner.de](mailto:detlef@d-aigner.de)

[www.d-aigner.de](http://www.d-aigner.de)