

# Himmelsmechanik

1 Semester: 28 Stunden (14 Doppelstunden)

## I Einleitung in Himmelsmechanik

Das Gebiet der Himmelsmechanik. Historischer Überblick: Scheinbare Bewegung der Planeten und Sonnen- und Mondfinsternisse als Anfangsfragen der Himmelsmechanik. Altgriechische Himmelsmechanik. Apollonius und die Idee von Deferenten und Epizyklen. Ptolemäus und das geozentrische System. Kopernicus und das heliozentrische System. Kepler: Die drei Keplersche Gesetze. Galilei: Satelliten von Jupiter als Model des Sonnensystems, Anfänge der Mechanik. Newton: Mathematische Formulierung der Mechanik, Anziehungskraft. Einstein: Das Problem der Periheldrehung des Merkur und Allgemeine Relativitätstheorie.

Die drei Aspekte der Himmelsmechanik: Physik der Bewegung, Mathematik der Bewegung und numerische Berechnung der Bewegung. Die Objekte der Himmelsmechanik und die spezifischen Aufgaben und Probleme bei der Modellierung der Bewegung: Künstliche Erdsatelliten, der Mond, die großen Planeten, Asteroide, Kometen, Kuipergürtelobjekte, Satelliten der Planete, Ringe, kosmischer Staub, Sterne in Doppel- und Mehrkörpersystemen, Sterne in Sternhaufen und Galaxien.

## II Einleitung in Maple

Geschichte der computeralgebraischen Software. Maple als eine integrierte Umgebung für wissenschaftliches Rechnen. Das Hilfesystem von Maple. Eingabe und Ausgabe. Zuweisungen. Maple als Taschenrechner: Zahlen, Operatoren, Mathematische Funktionen. Graphische Darstellung von Funktionen: 2D-Darstellung, 3D-Darstellung, Animation. Maple als symbolischer Rechner: elementare algebraische Berechnungen, Differenzieren und Integrieren, symbolisches Lösen von Gleichungen, Grenzwerte, Summen und Produkte, Lösen von Differenzialgleichungen, Substitutionen. Maple als Bibliothek von numerischen Rechenmethoden. Maple als Programmiersprache: Kontrollstrukturen, Funktionen, Prozeduren.

## III Das Zweikörperproblem

### § 1 Bewegungsgleichungen

Bewegungsgleichungen von einem Testkörper um einen ruhenden Körper. Bewegungsgleichungen des allgemeinen Zweikörperproblems. Schwerpunkt. Die relative Bewegung der zwei Körper. Die Bewegung in Bezug auf den gemeinsamen Schwerpunkt.

### § 2 Flächensatz und Energiesatz

Flächensatz. Das zweite Keplersche Gesetz. Energiesatz. Flächen- und Energiesätze in Polarkoordinaten.

### § 3 Bewegungsbahnen

Kegelschnitte als mögliche Bewegungsbahnen im Zweikörperproblem. Das erste Keplersche Gesetz. Definitionen des Semi-Latus Rectum, der Exzentrizität und des Abstandes des Perihels. Apozentrum und Perizentrum. Apsidenlinie. Elliptische, parabolische, hyperbolische und geradlinige Bewegungen.

### § 4 Bahn im Raum

Die drei Eulerischen Winkel: die Länge des aufsteigenden Knotens, die Bahnneigung (Inklination), der Abstand des Perihels von aufsteigenden Knoten. Die Drehungsmatrix zwischen den raumfesten Koordinaten und den Koordinaten in der Bahnebene.

### § 5 Kepler-Gleichung

Wahre Anomalie. Die Kepler-Gleichung in wahrer Anomalie. Die exzentrische Anomalie. Die Relationen zwischen wahren und exzentrischen Anomalien. Die Kepler-Gleichung in exzentrischer Anomalie. Mittlere Anomalie. Die Periode der Bewegung und das dritte Keplersche Gesetz.

### § 6 Numerische Lösung der Kepler-Gleichung

Existenz und Eindeutigkeit der Lösung. Iterationsverfahren. Newton-Verfahren.

### § 7 Hyperbolische und parabolische Bewegung

Die exzentrische Anomalie und Kepler-Gleichung bei hyperbolischer Bewegung. Explizite Lösung für parabolische Bewegung.

### § 8 Zusammenhang zwischen Position, Geschwindigkeit und den Bahnelementen

Berechnung von Position und Geschwindigkeit aus Bahnelementen. Berechnung von Bahnelementen aus Position und Geschwindigkeit. Bahnbestimmung (Überblick).

## § 9 Reihenentwicklungen im Zweikörperproblem

Potenzreihe nach der Zeit. Fourierreihe nach der mittleren Anomalie. Potenzreihe nach der Exzentrizität.

## § 10 Astronomische Maßeinheiten

Die SI-Maßeinheiten für Masse, Länge und Zeit. Die astronomischen Maßeinheiten. Der Zusammenhang zwischen den SI- und astronomischen Maßeinheiten.

# IV Das Mehrkörperproblem

## § 1 Bewegungsgleichungen

Bewegungsgleichungen des N-Körperproblems. Das Gravitationspotenzial.

## § 2 Klassische Integrale des N-Körperproblems

Schwerpunktintegrale. Flächensatz im N-Körperproblem. Energiesatz im N-Körperproblem.

## § 3 Die Störfunktion

Planetare N-Körperbewegung als gestörte Zweikörperbewegung. Die Störfunktion.

## § 4 Planetare Ephemeriden

Numerische Ephemeriden. JPL-Ephemeriden. Analytische Lösungen: VSOP87, ELP82.

# V Elemente der Störungstheorie

## § 1 Variation der Konstanten

Variation der Konstanten als eine Methode der Lösung von Differenzialgleichungen. Momentane Elemente. Oskulierende Elemente.

## § 2 Euler-Gauß-Gleichungen

Die radiale, tangenziale und transversale Komponente der Störkraft. Die Differenzialgleichungen für die oskulierenden Elemente. Andere Varianten von Euler-Gauß-Gleichungen.

## § 3 Lagrange-Gleichungen

Die potentiale Störkraft. Die Lagrange-Gleichungen für die oskulierenden Elemente. Eigenschaften der Lagrange-Gleichungen.

## VI Das Dreikörperproblem

### § 1 Die Lagrangsche speziellen Lösungen

Der Fall, wenn die Dreikörperbewegung durch die Zweikörperbewegungsgleichungen beschrieben werden kann: Die fünf Lagrangsche Lösungen. Beispiele von solcher Bewegung im Sonnensystem.

### § 2 Das eingeschränkte Dreikörperproblem

Die Bewegungsgleichungen. Die mitrotierenden Koordinaten. Die Bewegungsgleichungen in den mitrotierenden Koordinaten. Das Jacobi-Integral. Die Hillschen-Grenzflächen.

### § 3 Enge Bahnen um die Lagrangschen Librationspunkte

Lagrangsche Punkte als Gleichgewichtspunkte. Libration. Die Bewegungsgleichungen für die Libration um die Lagrangschen Punkte. Die Stabilität der engen Bahnen.

## VII Das Gravitationspotential im Außenraum eines ausgedehnten Körpers

### § 1 Entwicklung des Potentials

Integralformel für das Gravitationspotential eines ausgedehnten Körpers. Die Laplace-Gleichung. Legendre-Polynome. Verallgemeinerte Legendre-Polynome. Die Entwicklung des Potentials nach verallgemeinerten Legendre-Polynomen.

### § 2 Erste Glieder der Entwicklung

Die Masse. Der Schwerpunkt. Die Orientierung des Koordinatensystems.

### § 3 Symmetrische Körper

Axiale Symmetrie. Axiale Symmetrie und Symmetrie Nord-Süd. Sphärische Symmetrie.

### § 4 Kugelflächenfunktionen und die Klassifikation der Koeffizienten

Die Definition der Kugelflächenfunktionen. Die Entwicklung des Gravitationspotentials nach Kugelflächenfunktionen. Hauptteil des Gravitationspotential: Das kugelsymmetrische Gravitationsfeld. Zonale Koeffiziente. Sektorielle und tesserale Koeffizienten.

## VIII Satellitenbewegung

### § 1 Typische Störungen bei der Satellitenbewegung

Gravitationsfeld der Erde. Gravitationskräfte des Mondes und der Sonne. Die planetaren Störungen. Die atmosphärische Reibung. Der Lichtdruck. Das magnetische Feld der Erde. Geladene und neutrale Teilchen. Die relativistischen Störungen.

### § 2 Bewegung im Quadrupolfeld

Die Störfunktion für die abgeplattete Erde. Die Lösung durch oskulierende Elemente. Säkulare Störungen. Numerisches Beispiel. Die periodischen Störungen.

### § 3 Die atmosphärische Reibung

Das Model für die Störungskraft. Die Modelle für die Luftdichte. Die Euler-Gauß-Gleichungen für die atmosphärische Reibung. Mittelung. Die vereinfachte Euler-Gauß-Gleichungen für kleine Exzentrizitäten. Die Lösung und deren Eigenschaften.

## IX Numerische Integration gewöhnlicher Differenzialgleichungen

### § 1 Grundbegriffe

Eulerverfahren für die Gleichungen erster Ordnung. Diskretization. Drei Fehlersorten: der lokale Diskretizationsfehler, der globale Fehler, der Rundungsfehler.

### § 2 Typen von Integrationsverfahren

Die Methode der Taylorreihe. Das Runge-Kutta-Verfahren. Die Schrittweitesteuerung bei Runge-Kutta-Methoden (Fehlberg-Verfahren). Runge-Kutta-Nyström-Verfahren. Die Mehrschrittmethoden. Die expliziten und impliziten Methoden. Die Prädiktor-Korrektor-Methoden. Die Adams-Bashforth- und Adams-Moulton-Methoden. Die Extrapolationsmethoden.

### § 3 Zuverlässigkeit der numerischen Integration

Enge Begegnungen. Regularisation. Kontrollmethoden bei numerischen Integration.

## Literatur

- A.E. Roy, Orbital Motion, 1988, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia
- M. Schneider, Himmelsmechanik, 1984, B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim
- O. Montenbruck, E. Gill, Satellite Orbits, 2000, Springer, Berlin
- A. Guthmann, Einführung in die Himmelsmechanik und Ephemeridenrechnung, 2000, Spektrum, Heidelberg